

Dam Break Wave と管渠内段波

丸井 信雄*・安川 浩*・新井 邦夫*・宇井 正和*

要 約

大地震時に懸念されるダムの部分的、もしくは全面的破壊、及び地下鉄、トンネル、地下街等への大規模出水等に対する水害予防の観点から適切な計算方法の整備を目的とし、水路断面、勾配、下流水深及び初期流量の有無等に応じた矩形断面水路における Dam Break Wave、及び隔壁で仕切られた円管内での隔壁除去に伴う類似の gravity current に対し数値解析を施す一方、計算条件に対応する模型実験を行ない、解析手法の適用性を確認した。

1 研究概要

ダムの決壊もしくは貯水池への山腹の崩落による悲惨な事故例については前報(丸井他,1979)で概観したが、人口稠密な我が国においても発生したとするならば、その被害は想像を絶する規模となるであろう。もとよりこのような事故は生起してはならない筈のものであり、関係者の周知な配慮がなされていることは言うまでもないが、人口の都市近郊への流入に伴う住宅の河道への接近、並びに地下鉄、海底トンネル、地下街等の建設も年々盛んになることでもあり、有事の際に起こりうる現象の予測が必要になることもありうると予想される。そのため、或る条件の下で出水が生じたならば、それがどのように上・下流へ伝播するかに関して水路断面形状、勾配、初期流量、初期水深等の種々の条件を変えて、必要な計算手法を確認もしくは整備することを試みるものである。

矩形断面 水平 水路床上における 非粘性 Dam Break Wave に関しては Stoker (1957) によって詳述されており、有限な勾配を有する矩形断面水路内の Dam Break Wave に対する初期条件として、上記水平水路床上の解析解を適用することができることを Dressler (1952) が論証している。

これら Dam Break Wave の挙動を記述する基礎方程式は、開水路不定流の基礎式及び連続式により構成される双曲型連立偏微分方程式であり、その一意的な解を得るためには現象に“良く適合した”初期条件と境界条

件を要することは周知の通りである。しかしながら、具体的な条件下で現象によく適合した初期条件と境界条件を見出すことは必ずしも容易ではない。例えば矩形断面開水路における Dam Break Wave に関しては Stoker による非粘性解析解を用いることが出来るが、円形断面開水路に対しては筆者等の知る限り、明らかにされていない。従ってこのような場合には替るべき“よく適合した”初期条件を求めねばならず、“よく適合していない”初期条件の下では予期せぬ計算上のトラブルに導かれることがしばしばあるからである。本報告は特性曲線法を用い、次の諸項目について検討を行なったものである。

(1) 矩形断面開水路に対し、Stoker (前出) による解析解を初期条件とし、Manning 型摩擦公式の下で、初期流量、水路床勾配、初期水位を変えた7通りの計算条件の下で数値解析する一方、実験結果と比較し、その適用性を検討する。

(2) 解析解を初期条件に用いることが出来ない水路断面形に対処するため、上記7通りの計算条件に対し初期水面形が既知であるとの初期条件の下で数値解析し、その適用性を検討する。

(3) 水平勾配の円形断面水路において隔壁の上流側が満管にならない範囲で上下流の水深を変え、隔壁の除去に伴う Dam Break Wave の数値解析を前項(2)における初期水面形を初期条件として行ない実験結果と比較する。

(4) 水平勾配の円形断面水路における隔壁の上流側を、閉じた上流端まで満管とした後に隔壁を除去し、その直後の流れを、35mm モーター・ドライブ・カメ

* 東京都立大学都市研究センター・工学部

ラにより撮影し、上流水深の変化により Benjamin の解析解(1968)の適用範囲と、その外側における解の挙動を考察した。

2 理論的考察

2-1 開水路不定流の基礎式

Vasiliev (1965) によれば、非一様断面開水路における 2 断面 (I), (II) の間の流体要素に対し運動量方程式を適用することにより、次の運動方程式が得られる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \left(\frac{P}{\rho} \right)_{b=\text{const}} + \frac{Q^2}{\omega} \right\} = g\omega \left(S_0 - \frac{|Q|}{K^2} \cdot Q \right) \dots\dots\dots(2.1.1)$$

- ここに ω : 流水断面積
- P : 断面に作用する水圧による力
- Q : 流量
- S_0 : 水路床勾配
- K : 通水能

$b(x, \xi)$: 水路床より高さ ξ の水路幅

故に水平に対する水路床の傾きを θ , 水深を y とすれば

$$\omega = \int_0^y b(x, \xi) d\xi \dots\dots\dots(2.1.2)$$

$$P = \rho g \cos \theta \int_0^y b(x, \xi)(y-\xi) d\xi \dots\dots\dots(2.1.3)$$

一方水路の横流入量を q とすれば連続式は次式で表わされる。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots\dots\dots(2.1.4)$$

式(2.1.1)及び式(2.1.4)において従属変数を流量 Q と水位 z に定め、 Q 及び z による連立偏微分方程式として表わせば、横流入量 $q = 0$ の場合には次式が得られる。

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + 2v \frac{\partial Q}{\partial x} + B(c^2 - v^2) \frac{\partial z}{\partial x} = \left\{ BS_0 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{y=\text{const}} \right\} v^2 - \frac{g\omega}{K^2} |Q| \cdot Q$$

$$B \frac{\partial z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = 0$$

ここに $v = \frac{Q}{\omega}$, $c = \sqrt{\frac{g\omega}{B}}$, $B =$ 水面幅

また上式において両者の和と差をつくれれば次式が得られる。

$$\left\{ \frac{\partial Q}{\partial t} + (v \pm c) \frac{\partial Q}{\partial x} \right\} - B(v \mp c) \left\{ \frac{\partial z}{\partial t} + (v \pm c) \frac{\partial z}{\partial x} \right\} = \left\{ BS_0 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{y=\text{const}} \right\} v^2 - \frac{g\omega}{K^2} |Q| \cdot Q \dots\dots\dots(2.1.5)$$

2-2 特性曲線と特性方程式

式(2.1.5)は $dx/dt = v \pm c$ で移動する座標系から観察

される流量 Q 及び水位 z の時間的变化率の関係を記述する特性方程式であり、次のように表現される。

α 特性曲線 $\frac{dx}{dt} = v + c$ に沿って

$$dQ - B(v-c)dz - f_1 dt = 0 \dots\dots\dots(2.2.1-a)$$

β 特性曲線 $\frac{dx}{dt} = v - c$ に沿って

$$dQ - B(v+c)dz - f_1 dt = 0 \dots\dots\dots(2.2.1-b)$$

$$\text{但し } f_1 = \left\{ BS_0 + \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)_{y=\text{const}} \right\} v^2 - \frac{g\omega}{K^2} |Q| \cdot Q \dots\dots\dots(2.2.1-c)$$

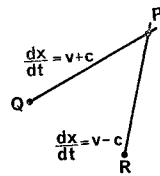


図-2-2-1

故に既知点 Q, R よりそれぞれ α, β 両特性曲線を発し、その交点を P とすれば (図2-2-1), P 点の座標及び従属変数 Q, z の値は式 (2.2.1-a) 及び式 (2.2.1-b) の差分化により次のように求められる。

$$x_P = \{ \alpha_Q \beta_R (t_Q - t_R) + \alpha_Q x_R - \beta_R x_Q \} / (\alpha_Q - \beta_R) \dots\dots\dots(2.2.2-a)$$

$$t_P = t_Q + (x_P - x_Q) / \alpha_Q \dots\dots\dots(2.2.2-b)$$

$$z_P = \{ Q_Q - Q_R + B_R \alpha_R z_R - B_Q \beta_Q z_Q + f_{1Q} (t_P - t_Q) - f_{1R} (t_P - t_R) \} / (B_R \alpha_R - B_Q \beta_Q) \dots\dots\dots(2.2.2-c)$$

$$Q_P = Q_Q + \beta_Q B_Q (z_P - z_Q) + f_{1Q} (t_P - t_Q) \dots\dots\dots(2.2.2-d)$$

2-3 下流端の境界条件

2.3.1 下流側水深が零でない場合

図2-3-1 に示すように、下流側水深が零でない場合に対しては、計算領域の下流端 $x=l_2$ における境界条件として次式が得られる。

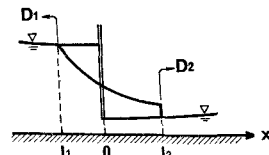


図-2-3-1

$$\frac{Q^-}{\omega^-} = \frac{Q^+}{\omega^+} + \sqrt{\left(\frac{1}{\omega^+} - \frac{1}{\omega^-} \right) \left(\frac{P^-}{\rho} - \frac{P^+}{\rho} \right)} \dots\dots\dots(2.3.1)$$

$$D_2 = \frac{Q^- - Q^+}{\omega^- - \omega^+} \dots\dots\dots(2.3.2)$$

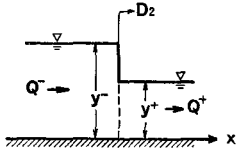


図 2-3-2 不連続条件

前図 2-2-1 において既知点 Q , R のうち R 点が先端の軌跡上に、また Q 点が近傍の α 特性曲線上にあるとすれば、式(2.2.1-b)における $\frac{dx}{dt} = v - c$ の替りに $\frac{dx}{dt} = D_2$ を用いることにより新しい下流端の境界点 P が、また α 特性曲線 \widehat{QP} に沿う特性方程式 (2.2.1-a) 及び式 (2.3.1) より境界点 P に対応する従属変数 Q_P , z_P が定まる。

2.3.2 下流側水深が零の場合

下流側水深が零の場合、式(2.3.1)において $\omega^+ \rightarrow 0$ となり、式(2.3.1)を使うことができない。それ故この場合の境界条件は次式を用いる。

$$\left. \begin{aligned} D_2 &= v \\ y &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.3.3)$$

式(2.3.3)の第2式は、式(2.21-c)において通水能を零に到らしめ、更に特性曲線の方程式 $\frac{dx}{dt} v \pm c$ において $c = \sqrt{\frac{g\omega}{B}} \rightarrow 0$ へ導くため、 $\alpha\beta$ 両特性曲線の傾きが計算領域の下流端近傍で等しくなり、特性曲線の交点を求めることが事実上困難となる。

Sakkas 等 (1973) は上記の困難を避けるため、初期水深が零である水路床上への段波先端では水面勾配と摩擦勾配がほぼ釣り合い、水粒子は近似的に等速運動をすることで次の条件式を用いている。

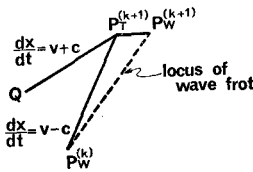


図 2-3-3

$$\frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f)$$

先端付近では $\frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial v}{\partial t} + v \frac{\partial v}{\partial x} \div 0$ 及び $S_f \gg S_0$ 。

$$\therefore \frac{dy}{dx} \div -S_f = -\frac{Q^2}{K^2} = -\frac{n^2 Q^2}{\omega^2 R^{4/3}} = -\frac{n^2 v^2}{R^{4/3}}$$

仮定により段波先端付近では水粒子速度 v_T は x によらずほぼ一定であるから

$$R^{4/3} dy = -n^2 v_T^2 dx$$

$$\therefore x = x_T + \frac{1}{n^2 v_T^2} \int_y^{y_T} R^{4/3} dy \dots\dots\dots(2.3.4)$$

波の先端では $y \rightarrow 0$ であるから、これより先端の x 座標である x_w が定まる。即ち

$$x_w = x_T + \frac{1}{n^2 v_T^2} \int_y^{y_T} R^{4/3} dy \dots\dots\dots(2.3.5)$$

尚式(2.3.5)における y_T 及び v_T として図 2-3-3 における点 $P_T^{(k+1)}$ の値を用いる。

Sakkas 等の方法は段波先端が等速で移動する段階においては有効であるが、段波先端の移動速度が零から始まる初期条件に対しては使用できないことに留意せねばならない。筆者等はその場合には式(2.3.3)に戻り、 $y = 0$ の替りに微小水深 $y = \delta$ を用いた。

2-4 上流先端における境界条件

2.4.1 初期流量 $Q_I = 0$ の場合

右図 2-4-1 において上流へ伝播する負の段波の先端位置 $x = l_1$ が水路の上流端 $x = L_1$ に到達しない段階においては、計算領域の上流端 $x = l_1$ における境界条件は次式で与えられる。

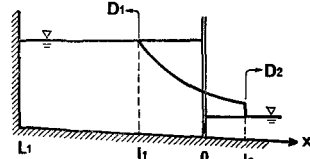


図 2-4-1

$$x = l_1 \text{ において } Q = 0 \text{ および } z = (z_p)_0 \dots\dots(2.4.1)$$

ここに $(z_p)_0$ は上流側初期水位を表わす。

一方負の段波の到達以後においては上流へ伝播する β 特性曲線に沿い特性方程式 (2.2.1-b) が成り立つから図 2-4-2 に従い次式が得られる。

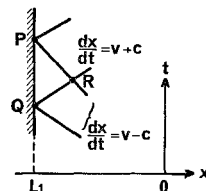


図 2-4-2

$$Q_P - Q_R - B_R(v_R + c_R)(z_P - z_R) - f_{1R}(t_P - t_R) = 0 \dots\dots\dots(2.4.2)$$

他方、条件により $Q_P = Q_I = 0$ 、また $t_P = t_R + (L_1 - x_R) / (v_R - c_R)$ であるから、 P 点の水位 z_P は式(2.4.2)より

$$z_P = z_R - \frac{Q_R + f_{1R} \cdot (t_P - t_R)}{B_R(v_R + c_R)} \dots\dots\dots(2.4.3)$$

2.4.2 初期流量 $Q_I \neq 0$ の場合

初期流量 $Q_I \neq 0$ の流入の仕方に応じて上流端の境界条件は変りうるが、筆者等が実験に用いた図2-4-3の場合を考察する。

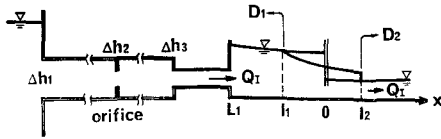


図 2-4-3

上流へ伝播する攪乱波が水路の上流端 $x=L_1$ へ未到達の段階においては到達地点 $x=l_1$ が与えられれば、不等流計算によりその地点の水深（もしくは水位）は与えられる。

また攪乱波の上流端到達以後においては、上流端の水位 z_P と流量 Q_P との関係式 $Q_P=f(z_P)$ が与えられれば、上流端の水位、流量は容易に計算される。

図2-4-3においては、大水槽より流出した初期流量は、オリフィスを装着した直径 D の管路と、直径 d の断面一様な細管を経て開水路へ流入しており、流水断面積の不連続部分における運動量変化に伴う圧力降下は、摩擦力を無視すれば次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \Delta h_1 &= 2 \frac{Q_P^2}{2gA^2}, \quad A = \frac{\pi}{4} D^2 \\ \Delta h_2 &= C \cdot \frac{Q_P^2}{2gA^2}, \quad C \text{ はオリフィスの損失係数} \\ \Delta h_3 &= 2 \left(\frac{D}{d} \right)^4 \cdot \left\{ 1 - \left(\frac{d}{D} \right)^2 \right\} \cdot \frac{Q_P^2}{2gA^2} \end{aligned}$$

故に摩擦損失を無視した全圧力降下は次式で表わされる。

$$\Delta h = \sum_{i=1}^3 \Delta h_i = \left\{ 2.0 + c + 2 \left(\frac{D}{d} \right)^4 \cdot \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right) \right\}$$

$$\frac{Q_P^2}{2gA^2} = H_0 - (z_P)_{x=L_1}$$

$$\therefore Q_P = C_V \cdot A \cdot \sqrt{2g(H_0 - z_P)} \quad \dots \dots \dots (2.4.4)$$

$$\text{ここに } C_V = \sqrt{\frac{1}{2 + C + 2 \left(\frac{D}{d} \right)^4 \left(1 - \frac{d^2}{D^2} \right)}}$$

式(2.4.4)により $Q_P=f(z_P)$ の関数形が与えられたから、同式を式(2.4.2)へ代入すれば Z_P が、それ故 Q_P が定まる。

2.5 Dam Break Wave に関する初期条件

2.5.1 非粘性解析解が与えられる場合の初期条件

非粘性且つ水平な水路床を有する矩形断面水路内の Dam Break Wave に関しては Stoker (前出) に詳述されており、一方水平でない水路床に対しても dam break

の直後においては、水面勾配は水路床勾配と較べて通常は圧倒的に大きいから、水路床勾配が零ではない矩形断面水路においても、初期条件として上記の解析解を用いることができる (Dressler(前出))。

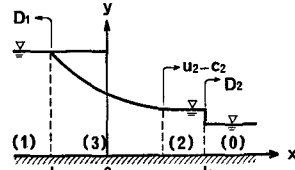


図 2-5-1

(1) 下流側水深 $y_0 \neq 0$ の場合

図2-5-1における計算領域の下流端 $x=l_2$ において不連続条件として運動量方程式と連続式を適用すると、同図領域(2)における流速 u_2 及び水深 y_2 (もしくは波速 c_2) は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u_2}{c_0} &= \frac{D_2}{c_0} - \frac{1 + \sqrt{1 + 8(u_0 - D_2)^2 / c_0^2}}{4(D_2/c_0 - u_0/D_2)} \\ \frac{c_2}{c_0} &= \sqrt{\frac{1}{2} (\sqrt{1 + 8(u_0 - D_2)^2 / c_0^2} - 1)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.5.1)$$

$$\text{ここに } c_0 = \sqrt{gy_0}, \quad c_2 = \sqrt{gy_2}$$

一方領域(2)と領域(1)を結ぶ α 特性曲線に沿い $u + 2c = \text{const.}$ が成立つから

$$\frac{u_2}{c_0} + 2 \frac{c_2}{c_0} = \frac{u_1}{c_0} + 2 \frac{c_1}{c_0} \quad \dots \dots \dots (2.5.2)$$

式(2.5.1)の両式を式(2.5.2)へ代入することにより、未定の定数 D_2 が定まり同時に u_2, c_2 が定まる。一方領域(3)はいわゆる“centered simple wave”の領域であるから

$$\left. \begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= u - c = \frac{x}{t}, \\ \frac{u}{c_0} + 2 \frac{c}{c_0} &= \frac{u_1}{c_0} + 2 \frac{c_1}{c_0} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.5.3)$$

故に式(2.5.3)を u, c につき解けば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{u}{c_0} &= \frac{1}{3} \left(\frac{2}{c_0} \cdot \frac{x}{t} + \frac{u_1}{c_1} + 2 \frac{c_1}{c_0} \right) \\ \frac{c}{c_0} &= \frac{1}{3} \left(\frac{u_1}{c_0} + 2 \frac{c_1}{c_0} - \frac{x}{c_0 t} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2.5.4)$$

(2) 下流側水深 $y_0 = 0$ の場合

この場合には領域(0)及び領域(2)が消失し、 $D_2 = 2\sqrt{gy_1}$ 、また全域が centered simple wave となり、式(2.5.4)で $u_1 = 0$ と置いた場合に帰着する。

2.5.2 水面形で与えられた初期条件

矩形断面水路の場合と異なり、解析解が与えられていない場合においては、最も確実な初期条件は初期水面形

を与えることであろう。

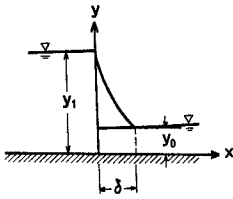


図 2-5-2

筆者等は計算の便宜上、上図 2-5-2 に示すように、微小区間 δ で水深 y_1 から y_0 へ連続的に変化するとした。下流側水深 y_0 が零でない場合、 $x = \delta$ において流量が連続であるような初期条件の下では、下流端の境界条件である不連続条件が満たされないから、下図 2-5-3 における下流端の境界条件を厳密に \widehat{OS}_1' 上で与える替

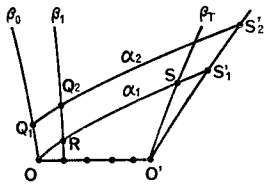


図 2-5-3

りに、初期条件を与えた線分 $\widehat{OO'}$ の下流端 O' より発する β 特性曲線 $\widehat{O'S}$ に沿って計算し、上流端 O より発する α 特性曲線 \widehat{OS} 上へ $\widehat{OO'}$ 上の初期条件を移した後に正式に下流端の境界条件を課すこととした。

2-6 隔壁除去に伴う gravity current

冒頭で述べたように管渠内の 1 断面を隔壁で仕切り、その上流側を管頂まで水で満たした後、隔壁を除去した際に生じる gravity current に関しては Benjamin (前出) の研究がある。

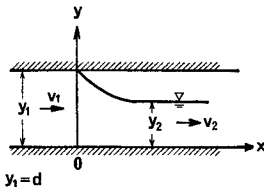


図 2-6-1

Benjamin は図 2-6-1 に示すような上流端の閉ざされた完全に水で満たされた水平な管渠の下流端を開放する際に生じる流れを非粘性、定常の仮定の下で解析的に解いた。彼の研究においては予め下流側に一定水深が存

在する場合に生じる流れについては考慮しておらず、また隔壁除去直後の急変する流れについても言及してはいないが、この分野の研究における先駆者として、価値ある解析手法を提供している。それ故、下流端が開放されている場合には Benjamin の解を、また開放されていない場合には類似の手法による別解を付加し、急変する流れへの初期条件に利用することを試みる。

2.6.1 下流端開放の場合の Benjamin の解

図 2-6-1 に示すように上流の満管部分と水深のない下流側との間の隔壁が除去された時、満管部の下流端 O 点は一定速度 D_1 で移動するものとする。このとき速度 D_1 で移動する座標系から観察すれば、現象は定常であるから、激み点 O 点の上下流の一樣な速度分布を有する 2 断面 (I), (II) に着目すれば、ベルヌーイの定理、運動量方程式及び連続式として次式が成立つ。

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_0}{\rho g} = \frac{v_2^2}{2g} - (y_1 - y_2) = 0 \dots\dots\dots(2.6.1)$$

$$\rho Q(v_2 - v_1) = P_1 + A_1 p_0 - P_2 \dots\dots\dots(2.6.2)$$

$$Q = A_1 v_1 = A_2 v_2 \dots\dots\dots(2.6.3)$$

但し $v_1 = u_1 - D_1$, $v_2 = u_2 - D_1$, また u_1 , v_2 は静止座標から見た断面 (I), (II) の粒子速度, P_1 , P_2 は断面に作用する水圧による力を表わす。尚、満管部では管頂の圧力を基準に計算するものとする。

式(2.6.1)における p_0 は満管部にある断面 (I) の管頂部水圧に対する激み点 O 点の圧力増加を表わしている。式(2.6.1)の第 1 式と式(2.6.2)より p_0 を消去し、 v_2 につき解けば次式が得られる。

$$\frac{v_2^2}{2g} = \frac{P_1 - P_2}{\rho g A_2 \left(2 - \frac{A_2}{A_1} \right)} = y_1 - y_2 \dots\dots\dots(2.6.4)$$

式 (2.6.4) の第 2 式により一樣な下流側断面 (II) における水深 y_2 が定まり、同時に第 1 式より流速 v_2 が定まる。

式 (2.6.4) の第 2 式は一般に常流及び射流に対応する 2 根を有するが、常流解は下流端の境界条件に支配されるため、定常解としては射流解のみが存在可能であると理解される。Benjamin の定常解は矩形断面に対しては式 (2.6.4) より直ちに、また円形断面管渠に対しては数値的に以下の様を得られる。

(i) 矩形断面管渠

$$\left. \begin{aligned} y_2 &= \frac{1}{2} y_1 = \frac{d}{2} \\ \frac{v_2}{\sqrt{g y_2}} &= \sqrt{2} \\ \frac{v_1}{\sqrt{g d}} &= \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6.5)$$

(ii) 円形断面管渠

$$\left. \begin{aligned} \frac{y_2}{d} &= 0.5653 \\ \frac{v_2}{\sqrt{gd}} &= 0.3889 \\ \frac{v_1}{\sqrt{gd}} &= 0.5445 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6.6)$$

2.6.2 下流水深 y_0 による解の挙動

Benjamin は下流水深が大きく、管頂までの空隙高さ $H \ll$ 管高 d に対し水頭損失を考慮し、次式を与えている (図2-6-2)。但し $c_1 = \sqrt{2gH}$ 。

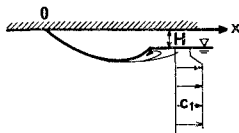


図 2-6-2

しかしながら前項で考察した Benjamin の解は、下流側初期水深 y_0 の値のいかなる範囲内で存在するのだろうか。

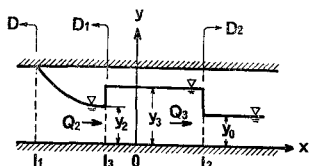


図 2-6-3

上図 2-6-3 において、もし Benjamin の解に従い D, Q_2, y_2 の流れが水深 y_0 の下流側静止域へ流れ込んだと仮定すれば、下流端 $x=l_2$ においては運動量方程式と連続式により構成される不連続条件を満足しなければならないが、 $x=l_2$ における5個の物理量 u_0, y_0, D_2, u_3, y_3 のうち既知量は u_0, y_0 のみであるから条件式が1個不足する。他方 $x=l_3$ においても未知数 u_2, y_2, D_1, u_3, y_3 のうち既知量は Benjamin の解による u_2, y_2 のみで条件式はやはり1個不足するが、 $x=l_2$ における条件式に現われる未知量と、 $x=l_3$ で現われる未知量のうち u_3, y_3 は共通であるから実質の物理量数8, 条件式数4, 既知の物理量数4となり方程式系が閉じる。

図2-6-3における(1)上流側満管部、(2) Benjamin の解 y_2, Q_2 の存在領域、(3)水深 y_0 の下流側一様水深領域、(4)領域(2)(3)の中間に生じる遷移領域……をそれぞれ領域(1), (2), (0), (3)と定義すると、Benjamin の解の存在するための条件は、領域(3)における水深 y_3 が領域(2)にお

ける Benjamin の解 y_2 に等しい値を保ち得る境界の y_0 の値までということになるであろう。 y_0 がその限界値を超えて増大すれば領域(3)が発生し、水深 $y_3 > y_2$ で流量 $Q_3 < Q_2$ を下流へ流す一方、流しきれないその差 $(Q_2 - Q_3)$ は上流へ伝わる波速 D_3 の段波として、領域(3)の上流側水位上昇に吸収される。

一方下流側水深 y_0 が増大すると、領域(3)の水深 y_3 は一層増大し、他方領域(3)上流端の伝播速度 D_1 も大きさを増大し、満管部である領域(1)下流端の伝播速度 D へ近づき、更に y_0 が増大すれば、 $|D| < |D_1|$ となり、領域(2)は消滅するであろう。それ故 $D = D_1$ を満たす y_0 が Benjamin の解が存在する y_0 の上限となるであろう。以下にその条件を考察する。

(i) $x=l_3$ における不連続条件

連続式

$$A_2(u_2 - D_1) = A_3(u_3 - D_1)$$

$$\therefore D_1 = \frac{Q_3 - Q_2}{A_3 - A_2} \dots\dots\dots(2.6.7)$$

運動量方程式

$$\rho A_2(u_2 - D_1)(u_3 - u_2) = P_2 - P_3$$

式(2.6.7)を用いて D_1 を消去すれば

$$\frac{Q_3}{A_3} - \frac{Q_2}{A_2} = \pm \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_3 - P_2) \cdot \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_3}\right)} \dots\dots\dots(2.6.8)$$

(ii) $x=l_2$ における不連続条件

連続式

$$A_3(u_3 - D_2) = A_0(u_0 - D_2)$$

$$\therefore D_2 = \frac{Q_3 - Q_0}{A_3 - A_0} \dots\dots\dots(2.6.9)$$

運動量方程式

$$\rho A_3(u_3 - D_2)(u_0 - u_3) = P_3 - P_0$$

$$\therefore \frac{Q_0}{A_0} - \frac{Q_3}{A_3} = \pm \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_3 - P_0) \cdot \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A_3}\right)} \dots\dots\dots(2.6.10)$$

式(2.6.8)右辺の複号はエネルギー条件より、水深の小さい側から大きい側へ水粒子は不連続面を通過するから (Stoker(前出))負号を、また式(2.6.10)では正号を採らねばならない。故に式(2.6.8), (2.6.10)の両式より Q_3 を消去すれば、領域(3)における水深 y_3 の満たすべき条件式が定まる。即ち

$$F(y_3) = \frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_0}{A_0} - \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_3 - P_2) \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_3}\right)} - \sqrt{\frac{1}{\rho}(P_3 - P_0) \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_3}\right)} = 0 \dots(2.6.11)$$

円形断面水路における数値的検討によれば領域(3)が発生する y_0 の限界値 $y_{01} = 0.3451d$, また領域(2)が消滅する y_0 の限界値 $y_{02} = 0.6956d$ であり、それ故 Benjamin の解の存在可能な y_0 の範囲は次の不等式で示される。

(i) $y_0/d < 0.3451$ (図2-6-4)

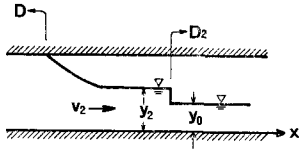


図 2-6-4

$$\left. \begin{aligned} \frac{D}{\sqrt{gd}} &= -0.5435 \\ \frac{u_2}{\sqrt{gd}} &= 0.3889 \\ \frac{y_2}{d} &= 0.5653 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6.12)$$

(ii) $0.6956 \geq y_0/d \geq 0.3451$ (図2-6-5)

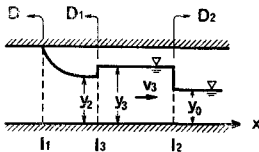


図 2-6-5

$$0.7828 \geq \frac{y_2}{d} > 0.5653 \dots\dots\dots(2.6.13)$$

一方下流側一様水深 y_0 が $y_0/d=0.6956$ を超えて増大するとどうなるのであろうか。Benjamin は既に下流端の影響を受ける定常解はあり得ないとして排除しているが、隔壁除去に伴う過渡現象を数値解析する観点から考えると、厳密には定常でなくても時間的な変化が緩慢であるならば、少なくとも初期条件としては利用できるであろう。

既に前項 $0.6956 > y_0/d > 0.3451$ において領域 (1), (3) の間にエネルギー損失が存在した以上、 $y_0/d > 0.6956$ においても同様に損失を考慮せねばならないであろう。それ故、式 (2.6.1) における第 2 式を削除し、次の関係式が利用できる (図2-6-6)。

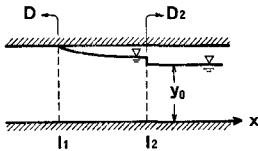


図 2-6-6

$$\left. \begin{aligned} \frac{p_0}{\rho g} + \frac{v_1^2}{2g} &= 0 \\ \rho Q(v_2 - v_1) &= P_1 - P_2 + p_0 A_1 \\ Q &= A_1(u_1 - D) = A_2(u_2 - D) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6.14)$$

$$\therefore \frac{Q_2}{A_2} - \frac{Q_1}{A_1} = \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \times$$

$$\times \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_1 - P_2) / \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right)} \dots\dots\dots(2.6.15)$$

他方 $x=l_2$ における不連続条件は

$$\left. \begin{aligned} Q' &= A_0(u_0 - D_2) = A_2(u_2 - D_2) \\ \rho Q'(u_0 - u_2) &= P_2 - P_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(2.6.16)$$

$\therefore u_0 = 0$ を考慮して u_2 につき解けば

$$Q_2 = A_2 \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_2 - P_0) \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A_2} \right)} \dots\dots\dots(2.6.17)$$

式(2.6.15), (2.6.17)において満管部流量 $Q_1 = 0$ を考慮し Q_2 を消去すれば、 y_2 の満たすべき条件式は次式で表わされる。

$$\begin{aligned} F(y_2) &= \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right) \times \\ &\times \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_1 - P_2) / \left(\frac{1}{A_2} - \frac{1}{A_1} \right)} \\ &- \sqrt{\frac{1}{\rho} (P_2 - P_0) \cdot \left(\frac{1}{A_0} - \frac{1}{A_2} \right)} = 0 \dots\dots\dots(2.6.18) \end{aligned}$$

円形断面管路における数値的検討によれば、 $y_0/d > 0.6956$ における式(2.6.18)の根は $y_0/d \rightarrow 1.0$ に至るまで矛盾なく確実に計算される。

3 数値解析結果と実験値との比較

3-1 実験装置と実験条件

Dam Break Wave に関する実験装置は、図3-1-1に示す可傾水路上に設けられた幅80mm、高さ150mm、長さ18.4mの矩形管路で、下流端より10.2mの位置に写真1に示す真鍮製ゲートが設けられている。管路内各地点における水位測定は図3-1-1におけるNo.1~No.5の位置の、写真2に示すアクリル板にとり付けられた抵抗線水位計によった。

実験は水路床勾配、初期水深、初期流量等、表-1に示す7通りの条件下で行ない、初期流量 Q_I は3角堰の計量限界以下であったため、矩形管路への流入部に、予め検定された円形の管内オリフィスを設け、オリフィス上下流面の差圧を測定することにより流量を算定した。

3-2 計算結果と実験値との比較

数値計算は前節のStokerによる非粘性解析解を初期

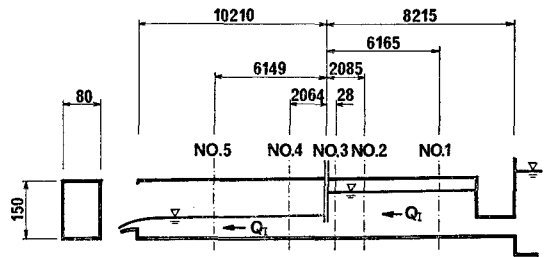


図 3-1-1

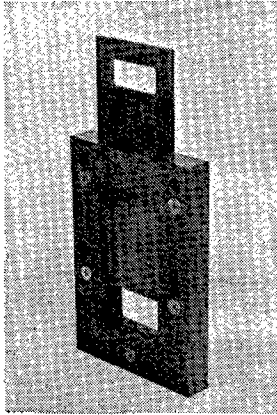


写真1 矩形水路用ゲート

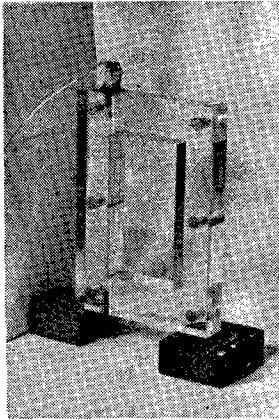


写真2 水位計プローブ

表1 矩形断面水路における計算条件

番号	上流水深 (cm)	下流水深 (cm)	S_0	(ℓ/sec)
1	13.3	0.00	0	0
2	14.1	0.00	1/100	0
3	13.5	0.00	1/300	0
4	14.0	3.80	1/300	0
5	12.1	1.60	0	0.12
6	13.2	1.40	1/100	1.03
7	12.4	6.20	1/700	1.03

条件に、また下流側境界条件には下流側初期水深が零の場合には Sakkas の方法を、また初期流量が零ではない場合には、Chow の不等流計算法により初期水面形を計算し、不連続条件を課した。摩擦項には Manning 公式を、粗度係数には不等流計算に用いたと同一の $n = 0.01$ を使用した。

計算結果の実験との比較は、5箇所の水位計設置地点

における水位～時間曲線を計算し、実測の値と比較することにより行なった。実測の水位～時間曲線は直記式オシログラフの記録から振幅、時間、較正値を読み取り、計算機に読み込ませ、XYプロッターに計算曲線と共に書き出させた。

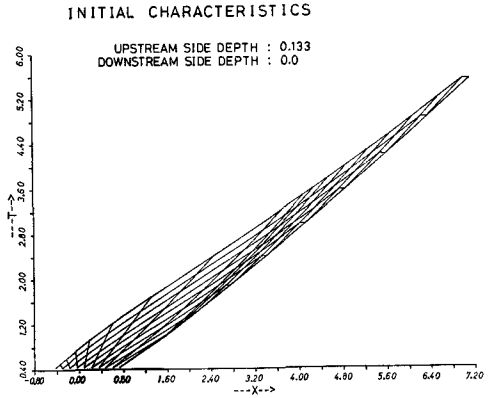


図 3-2-1(a) 初期特性曲線 (計算条件No.1)

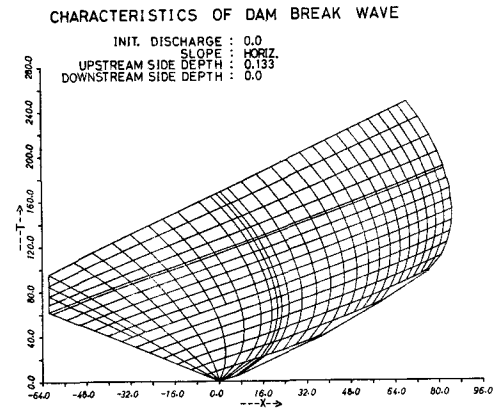


図 3-2-1(b) 特性曲線網 (計算条件No.1)

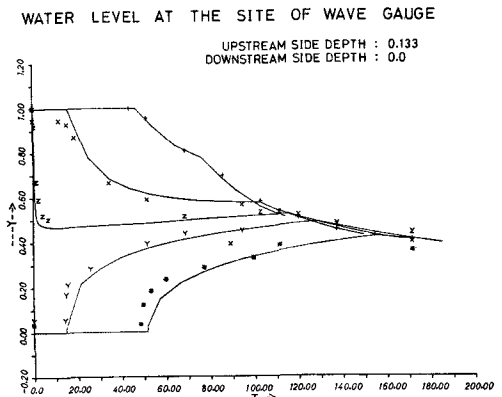


図 3-2-1(c) 実験結果との比較 (水位～時間曲線：計算条件No.1)

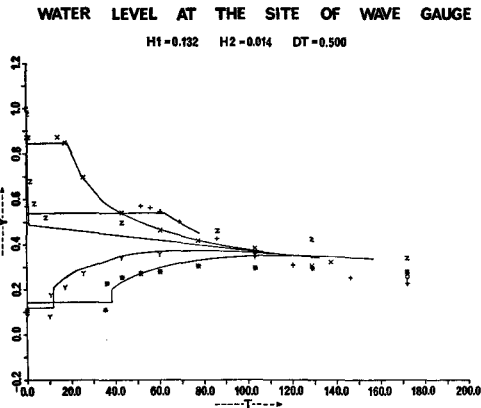


図 3-2-2 実験結果との比較 (計算条件 No. 6)

図 3-2-1 は表-1 の計算条件 No. 1 に対応する a) 初期特性曲線, b) 特性曲線網, c) 水位~時間曲線, であり, 図 3-2-1(c) の図中にプロットされた点は実測値を表わしている。

図 3-2-2 は実験番号 No. 6 の水路床勾配 1/100, 初期流量 1.03 l/sec に対応するものであり, 下流側の初期流況は射流であった。実験結果との比較は紙面の都合上, 7 例中の 2 例を示すに留めるが, 計算曲線と実測点との対応はいずれの場合も同程度であり, 実験の規模を考慮すれば良好な対応と言えるであろう。

尚, 上記は解析解を初期条件としたが, 解析解が得られない水路断面を念頭に, 初期水面形を初期条件として同様の計算を行ない, 矩形断面水路の場合にはいずれの場合にも解析解を用いた場合と殆ど変わらない結果を得ている。円形断面水路に関してもほぼ同様であるが, 若干の問題点を残している。

3-3 円管内 gravity current に関する実験的考察

既に Benjamin の解において見たように, 式(2.6.3)における満管部流速 $u_1=0$ の場合に対して, 開水路部上流端の移動速度 $D/\sqrt{gd} = -0.5445$, 一様水深部水深 $y_2/d=0.5653$, 同じく流速 $u_2/\sqrt{gd} = 0.3889$ 等を得たが, 下流側水深 y_0/d , あるいは上流側満管部流速に応じて, Dam Break Wave の場合と同様な不定流計算を行なうために, どのような初期条件を課すべきか, に関心が払われ, 他方下流水深 y_0/d の値の増大に伴ない発生を予想される小段状の遷移領域の挙動は, 筆者等の数値的予想と合致するかどうか注目された。

この視点に基づき, 上流端の閉じた図 3-3-1 に示す水平な円形断面水路内に写真 3 で示される真鍮製円形ゲートを設け, このゲートの急激な引き抜きに伴う gravity current の挙動を, 35mm モーター・ドライブ・カメラを用いて 4 コマ/秒 の速度で撮影した。管路の管高 d は

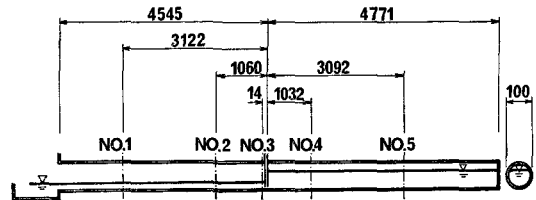


図 3-3-1

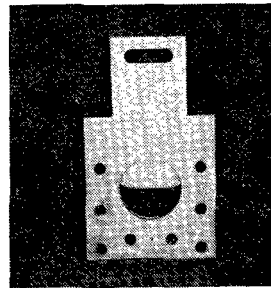


写真 3 円形水路用ゲート

10cm, またゲート下流側水深 y_0/d には 0.0, 0.3, 0.5 の 3 通りの値を与えた。

写真 4 の一連の水面形は, 下流側水深 $y_0/d = 0$ の場合のものであり, 開水路部上流端の最終位置及び前面水



写真 4

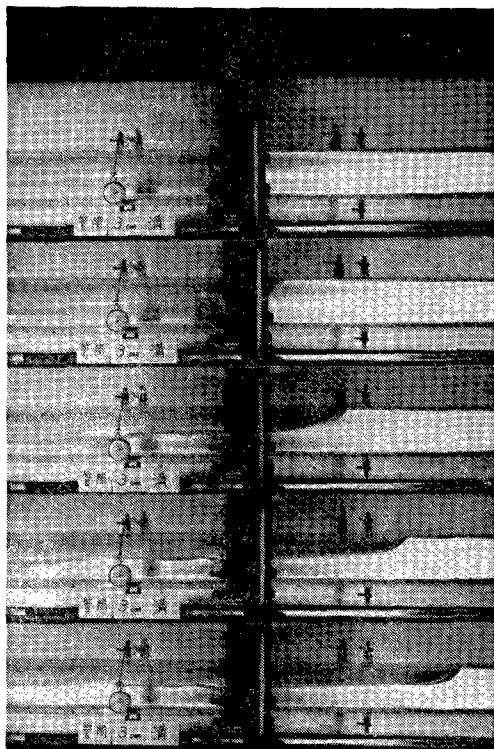


写真5



写真6

深より, Benjamin の解の有効性が数値的に理解され, 他方ゲート急開直後の水形面が示されている。

写真5は下流側水深 $y_0/d=0.30$ の場合であり, 下流に伝わる波面の先端が段状である点を除けば, 上流端の移動速度も写真4と同一であり, 図2-6-5の小段状の遷移領域(3)の発生に要する筆者等の算定値が $y_0/d=0.3451$ であることを考慮すると仲々に興味ある現象と言える。

写真6は下流側水深 $y_0/d=0.50$ の場合で, この y_0 の値に対応する式(2.6.11)の根は $y_3/d=0.6686$, また対応する下流端段波伝播速度 $D_2/\sqrt{gd}=0.8294$, 小段部上流端移動速度 $D_1/\sqrt{gd}=-0.4082$ であり, 写真から判断すれば, D_1 の計算値が過大であるが, 他は良く一致していると判断されよう。

4 むすび

これまで, 特性曲線法を用いて矩形断面開水路内に生じた Dam Break Wave の挙動を解析する一方, 様々の具体的状況に応じた境界条件及び初期条件の扱い方を検討してきた。これらの過程において, 初期条件と境界条件が適確に与えられさえすれば, この方法により対応す

る水理現象を精度よく予測することが可能であると結論されよう。他方, 初期条件の与え方によっては同一の群に属する特性曲線同志の交差に伴う shock の発生へ導かれ, その数値的処理に技巧を要することになり, 更に現象それ自体が複雑な shock の発生と不可分に結びついている場合もあるであろう。また実験室における単純な水路内の現象にとどまらず, 複雑な現地河谷への適用のための技術的諸問題をも抽出, 整備し, 有事の際への備えに役立てることができるよう一層の努力を払いたいと考える。

謝辞

本研究は一部, 都受託研究「下水管渠内水流の管理システム」によるものであり, 種々の便宜をはかられた都下水道局の関係者並びに都立大学工学部, 川口士郎教授に深く謝意を表します。また数値計算に際しては都立大学電算室のオペレーターの皆さんにお世話になり, 実験の模型製作では工学部 実験工場の方々にお骨折り頂いた。更に本研究で使用した抵抗線水位計用計測器の製作に際しては, 司測研技術開発部, 荒巻祐一郎氏の御尽力を仰いだ。

最後に本研究における実験及び資料整理は当時学生,

赤上尚, 小林祐次の両君に, また美麗な図面作製は吉野節子嬢によるものであることを付記し, 深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 丸井信雄・安川浩・宇井正和
1979 「ダム・堤防の決壊及び物体の落下に伴う波に関する予備的考察」『総合都市研究』第8号 pp. 65~71。
- 秋元 保
1974 「開水路不定流の数値解析法」『第18回土木学会水理講演会講演集』pp. 79~84。
- Stoker, J. J.
1957 *Water Waves*: Inter Science, pp. 291~341.
- Dressler, R. F.
1952 "Hydraulic resistance effect upon the dam break functions" *Jour. of Research of the National Bureau of Standard*, Vol. 49, No. 3, pp. 217~225.
- Vasiliev, O. F., Gladyshev, M. T., Pritvits, N. A., Sudobicher, V. G.
1965 "Numerical methods for the calculation of shock wave propagation in open channels" XI Cong. of IAHR, Leningrad, Vol. 3, paper 44.
- Vasiliev, O. F.
1970 "Numerical solution of the non-linear problem of unsteady flows in open channels" *Proc. 2nd Int. Conf. on Numerical Methods in Fluid Dynamics*, pp. 410~421, Springer.
- Benjamin, T. B.
1968 "Gravity currents and related phenomena" *Jour. Fluid Mechanics*, Vol. 31, part 2, pp. 209~248.
- Sakkas, J. G. and Strelkoff, T.
1973 "Dam-break flood in a prismatic dry channel" *Proc. ASCE Hy. Div.*, pp. 2195~2216.
- Montouri, C.
1965 "Introduction d'un debit constant dans un canal vide" XI Cong. of IAHR, Leningrad, Vol. 3, paper 55.
- Wiggert, D. C.
1972 "Transient flow in free-surface pressurized systems" *Proc. ASCE Hy. Div.*, 1972, pp. 11~27.
- Ames, W. F.
1965 *Non-linear Partial Differential Equations in Engineering*; Academic Press.
- Holt, M.
1977 *Numerical Method in Fluid Dynamics*; Springer-Verlag.

DAM BREAK WAVES AND GRAVITY CURRENTS IN CONDUITS

Nobuo Marui, Hiroshi Yasukawa, Kunio Arai and Masakazu Ui

Center for Urban Studies, Tokyo Metropolitan University

Comprehensive Urban Studies, No. 14, 1981, pp. 81-92

The applicability of the method of characteristics to solve the partial differential equations of unsteady open channel flow is discussed with an idea of flood preparation through a river valley or an underground tunnel, following a presumably heavy earthquake.

Seven flow conditions for rectangular channel sections are prepared, with regard to initial discharge, initial depth of the water, both in front of and behind a bulkhead, the slope of the channel bed, etc..

Two initial conditions are examined at every flow condition in order to prepare for

instances in which an approximate solution is derived or only an initial flow surface profile is known.

The results of the numerical analysis are compared with experimental ones deduced in the laboratory, and validity of the analysis is confirmed.

In addition, the gravity currents generated by sudden destruction of a bulkhead separating a completely filled and a partially filled region of a circular conduit is discussed.

Photographs taken with a 35-mm motor-driven-camera show reasonable agreement with the numerical predictions.