総合都市研究　第49号　1993

土地区画整理事業における敷地形状評価関数の不適切性

1．はじめに
2．敷地形状評価関数の公理系
3．長方形敷地
4．土地区画整理事業の敷地形状評価関数
5．おわりに

浅見泰司*

要　約

本論では敷地形状に着目した敷地の価値評価の理論的基礎を考察する。「適切」な敷地形状評価関数の満たすべきいくつかの公理を提案する。その中で、特に最大性公理が関数系を特徴づける上で重要である。最大性公理とは、ある敷地の価値はその敷地を任意に分割して評価した場合の最大値となるというものである。この公理を満たす評価関数は優加法性を持ち、この性質が満たされるかどうかで敷地形状評価関数の適切性を調べることができる。特に土地区画整理事業で用いられる各筆評価関数において島地の評価手法に問題点があることを指摘する。

1．はじめに

都市部において住宅用敷地形状を改良するひとつの事業手法として土地区画整理事業がある。この事業では、土地所有者の事業後の土地の価値が事業前と同じかもしくは高くなるように換地設計がなされることが原則となっている。敷地形状は一般により整形となるために、事業後の土地単価は上昇する。換地をしても余る余剰部分は公共用地にあてられたり、売却されて事業費用にまわされる。このような事業を行うにあたって、適切な敷地の価値評価は欠くことのできない重要な課題である。しかし、評価手法が完全に確立されたとは言いがたい。そこで本研究では敷地形状評価を行うための理論的基礎を固めるためにいくつかの公理を提案し、そのもとで敷地形状評価関数のあるべき性質を考察していく。特に、後述する最大性公理が評価関数の特性として合理的であることを論ずる。この公理によって評価関数は優加法性を示さなければならないこととなり、最大性公理は関数系を非常に狭い範囲に限定する役割を持つ重要な公理であることがわかる。

日本土地区画整理協会（1978）によって区画整理土地評価基準（案）が示されている。この基準によれば、敷地の価値は敷地が長方形の場合に間口の長さが奥行の約3分の2であると敷地評価が高くなるとされている。このような「法則」は単に土地区画整理事業の長い歴史の中で培われてきた知見であり、その理論的基礎付けは未だになされていない。

＊東京大学工学部都市工学科

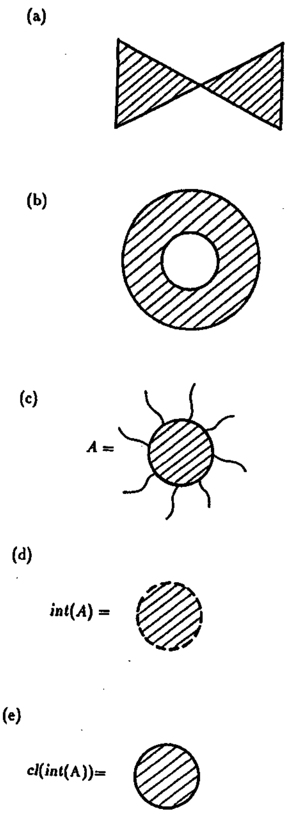
敷地の形状が敷地の価値を決める重要な要素となる場合には、住宅地設計の最適化問題は非常に困難になる。この問題を数理的に分析した研究は非常に少ない。Chakrabarty (1990) は、住宅地設計問題を数理計画問題として定式化して分析した。その研究では、住宅敷地の基礎的単位は外生的に与えられており、最低敷地面積制約、密度制約、その他幾何学的整合性制約などのもとで開発費用を最小化する問題として定式化している。この先駆的研究の大きな問題点は敷地形状による価値の変化が完全に無視されている点である。Colwell and Scheu (1989) の研究はこの意味でやや本研究の主旨に近く、その研究ではコブ・ダグラス型を応用した敷地形状評価関数を用いて敷地規模と形状を最適化するモデルを定式化した。彼らの方法は単純ではあるが、非常に示唆的である。その敷地形状評価関数があれば、どのような長方形の敷地も評価することが可能となる。しかし、後述するように、彼らの実証分析で用いられた評価関数は最大性公理を満たさないという大きな問題点がある。

本論ではまず敷地形状評価関数が満たすべき公理を提案する。次にそれらの公理系を満たす評価関数の特質を明らかにする。そして土地区画整理事業の各筆評価で用いられる敷地形状評価関数が不適切であり、新たな形状修正関数を島地評価に加えるべきことを指摘する。

2. 敷地形状評価関数の公理系

まず、いくつかの表記法を定義する。実数、非負実数、正実数、正整数の集合をそれぞれ、R、R_+、R_{++}、Nで表す。R^2上の任意の領域Aについて、その内点集合、閉包、境界をそれぞれ、$int(A)$、$cl(A)$、$bd(A)$で示す。

敷地は2次元ユークリッド空間R^2上のコンパクト（有界閉）な部分集合で表される。図－1 (a) の領域は1つでなく2つの敷地と考えられる。このためには、敷地の内点集合が連結しているという条件を課す必要がある。図－1 (b) の領域は1つの敷地とみなすことができる。しかしそうすると中の島地はこの敷地を通らないと入れなくなる。このような可能性を除くためには、敷地の補集合が連結している必要がある。そこで、これらの条件を満たすR^2上の部分集合の族をPで表す。さらに敷地は必ず正の面積を持つものとする。



図－1 平面上の領域の例

しかし、正確にはこれだけの条件では不十分である。上記の条件だけだと、図－1 (c) に示すように「厚み」のある領域に加えていくつかの繊毛がついているようなものも敷地になってしまう。繊毛部分の面積が0ならば、このような形状の領域は敷地とすることは適当でない。このような領域を排除するために、まず領域の内点をとり、その

閉包をとってみよう。すると図－1（e）に示すように、もとの領域と異なったものになる。実際この方法は領域の全ての部分が「厚み」があることを確認する方法となっている。そこで、適切な敷地の集合Lを以下のように定義する。

$$L = \{A \in P : cl(int(A)) = A,\ A \neq \phi\} \quad (1)$$

正の面積を持たない領域は内点集合をとると空集合となるため、この定義により敷地はすべて正の面積をもつこととなる。

二つの敷地A, B∈Lが、$A \cap B \notin L$ のとき、AとBは**互いに排他的**であるという。もし2つの敷地が隣あっているとその境界線はその共通集合に含まれるが、線は敷地とならないために、互いに排他的となる。ある敷地A∈Lをn（∈N）個の敷地に分ける場合を考える。その分けられた敷地は、$a = (a_i : i = 1, \ldots, n)$と表すことができる。$a_i$が互いに排他的でかつ$\cup_{i=1}^{n} a_i = A$が成り立つとき、aをAの**分割**と呼ぶ。敷地Aをn個の敷地に分ける可能な分割の集合をP^n（A）で表す。2つの互いに排他的な敷地A, B∈Lが、A∪B∈Lとなるとき、すなわち2つで一つの連結した敷地となるとき、AとBは**隣接**しているといい、A｜Bで表す。2つの互いに排他的な敷地 A, B∈L が、隣接していないことを、 A‖Bで表す。敷地Aの面積は$\sigma(A)$と表記する。敷地の定義から必ず$\sigma(A) > 0$となる。「大きい」とか「小さい」という表現は敷地面積の大小で用いる。2つの敷地A, B∈Lについて、Aを拡大してBを含むのに必要な最小距離を$\delta(A, B)$で表す。すなわち、

$$\delta(A, B) = \max_{y \in B} \min_{x \in A} \| x - y \| \quad (2)$$

とする。ただし、‖・‖はユークリッド・ノルムを表す。最後に**敷地形状評価関数**を$f : L \to R_{++}$と定義する。

敷地形状評価関数に適切と思われる公理を述べる。ある敷地を売却する場合、なるべく高い売却益となるようにするだろう。もしも敷地をいくつかに分割して売却する方が得ならば、分割売却することになる。この場合、その敷地の総価値は分割して得られる売却益の最大値になる。そこでこれを第一の公理として以下のように表す。

最大性公理：任意の敷地Aについて、

$$f(A) = \max_{n \in N} \max_{a \in P^n(A)} \sum_{i=1}^{n} f(a_i) \quad (3)$$

が成り立つ。

見かけ上これより弱い条件である、2つの分割のみに限定した条件でも同じことになる。2つの分割のみに限定した場合は、関数f(･)が和に関して優加法性を示すことを意味するため、優加法性公理と呼ぶことにする。

優加法性公理：任意の２つの互いに排他的な敷地A, B∈Lについて以下の式が成り立つ。

$$f(A \cup B) \geqq f(A) + f(B) \quad (4)$$

命題１：敷地形状評価関数が最大性公理を満たす必要十分条件はそれが優加法性公理を満たすことである。

ある敷地AとAに隣接する微小な敷地Δがあるとき、AとΔを合わせてもその価値はAとさほど変化しないことが期待される。これは敷地形状評価関数が連続であることを示す。このことを述べるために、敷地列$\{\Delta_m : m \in N\}$が**単調減少**とは、すべてのm∈Nについて$\Delta_{m+1} \subset \Delta_m$となることであるとする。この定義を用いて連続性公理を以下のように表す。

連続性公理：任意の敷地A∈LとAに隣接する単調減少敷地列$\{\Delta_m : m \in N, \Delta_m \mid A\}$について、

$$\lim_{m \to \infty} \delta(A, \Delta_m) = 0$$

ならば、

$$\lim_{m \to \infty} f(A \cup \Delta_m) = f(A)$$

が成り立つ。

ある敷地Aとそれに含まれる微小敷地Δ_1及びAとΔ_1に隣接する微小敷地Δ_2があるとする。連続性からΔ_1、Δ_2による価値増はほとんど0である。ただ、このような場合、さらにΔ_1、Δ_2による限界

価値増もほぼ同じであることを期待するだろう。これは敷地形状評価関数が微分可能で一次微分が連続であることを意味している。この性質を以下のように表す。

微分可能性公理：任意の敷地A∈L、Aに含まれる単調減少敷地列 $\{\Delta_{1m}\in L : m\in N, \Delta_{1m}\subset A, cl(A-\Delta_{1m})\in L\}$、Aに隣接する単調減少敷地列 $\{\Delta_{2m}\in L : m\in N, \Delta_{2m}\mid\Delta_{1m}, \Delta_{2m}\mid A\}$ について、

$$\lim_{m\to\infty}\delta(\{a\}, \Delta_{1m})=0$$

かつ

$$\lim_{m\to\infty}\delta(\{a\}, \Delta_{2m})=0$$

となる $a\in bd(A)$ が存在するならば、2つの極限値

$$\lim_{m\to\infty}[f(A)-f(cl(A-\Delta_{1m}))]/\sigma(\Delta_{1m})$$

と

$$\lim_{m\to\infty}[f(A\cup\Delta_{2m})-f(A)]/\sigma(\Delta_{2m})$$

が存在し、一致する。すなわち、

$$\lim_{m\to\infty}[f(A)-f(cl(A-\Delta_{1m}))]/\sigma(\Delta_{1m}) = \lim_{m\to\infty}[f(A\cup\Delta_{2m})-f(A)]/\sigma(\Delta_{2m}) \quad (5)$$

が成り立つ。

どのような敷地でも、何らかの正の価値を持つとする。[1)]

正値性公理：任意の敷地A∈Lについて、$f(A)>0$ が成り立つ。

隣接する敷地を統合することにより一般には価値が増加すると考えられる。これは敷地形状評価関数が以下に述べる単調性を有することを意味する。

単調性：任意の隣接する2つの敷地A, B∈Lについて、

$$f(A\cup B)<f(A) \quad (6)$$

が成り立つ。

最大性公理と正値性公理が満たされれば、敷地形状評価関数は単調性があることを示すことができる。

命題2：最大性公理と正値性公理を満たす敷地形状評価関数は単調性を示す。

敷地形状評価関数が今まで述べてきた公理を満たす場合に、**適切**であるといい、その関数族をFで表す。

適切敷地形状評価関数：敷地形状評価関数 $f: L\to R_{++}$ が、最大性公理、連続性公理、微分可能性公理、正値性公理を満たす場合に、適切であるという。適切な敷地形状評価関数の関数族をFで表す。

以上の公理や命題によって、敷地形状評価関数の候補が適切であるかどうかを調べることができる。ひとつの重要な例として、Colwell and Scheu (1989) で使われた関数を調べてみる。一辺で接道する長方形敷地のみを考える。その間口と奥行の長さをそれぞれxとyで表す。Colwell and Scheu (1989) で使われた評価関数πの一般式は、

$$\pi(x,y)=\alpha x^{\beta}y^{\gamma}-\delta xy-\phi x \quad (7)$$

となる。ただし、$\alpha, \beta, \gamma, \delta, \phi$ は全て正のパラメータである。

ここでは特に優加法性があるかどうかを調べる。もしも敷地をその奥行を分割した場合には、奥の敷地は接道できなくなる。そこでむしろ間口を分割した場合について優加法性が満たされるかどうかを調べる方がよい。従って、

$$\pi(x,y)=\max_{0\le\xi\le x}[\pi(\xi,y)+\pi(x-\xi,y)] \quad (8)$$

---

1) 例えば、汚染された敷地など負の価値を有するような敷地も考えることができるが、このような例外的な場合は本論では扱わない。

が満たされるかどうかを調べればよい。そのために、関数$\Pi(\xi)$を以下のように定義する。

$$\Pi(\xi)=\pi(\xi,y)+\pi(x-\xi,y)$$
$$=\alpha\ [\xi^{\beta}+(x-\xi)^{\beta}]\ y^{\gamma}-\delta xy-\phi x \quad (9)$$

Πをξで微分すると、

$$d\Pi/d\xi=\alpha\beta\ [\xi^{\beta-1}-(x-\xi)^{\beta-1}]\ y^{\gamma} \quad (10)$$

となる。(10)式より、$\beta\in(0,1)$のときは$\xi=x/2$でΠ（ξ）が最大化されることがわかる。さらにそのときの最大値は$\Pi(0)$や$\Pi(x)$よりも大きくなる。$\beta=1$のとき、$\xi\in$［$0,x$］の範囲でΠ（ξ）が一定となる。$\beta>1$のとき、$\Pi(\xi)$は$\xi=0$またはxのとき最大となる。これらから、$\beta\in(0,1)$の範囲では、$\pi(x,y)$は優加法性を満たさないことがわかる。Colwell and Scheu (1989) は、数値分析において、$\beta=0.867$という値を用いた。従って、その敷地形状評価関数は最大化公理を満たさず、従って公理系に照らせば適切でないことになる。

3．長方形敷地

本節では一辺のみで直線状の道路に接する長方形敷地について論ずる。このような一辺のみで直線状の道路に接する長方形敷地を基本長方形敷地と呼ぶことにする。Aを基本長方形敷地とし、その間口と奥行の長さをそれぞれxとyで表す。Aはxとyで完全に記述できるため、その敷地形状評価関数を$r(x,y)$と表すことができる。関数$r:R^2_{++}\to R_{++}$は前節の意味で適切であるとする。連続性公理と微分可能性公理より、rも1階連続微分可能、すなわちC^1－級となる。最大化公理から、この関数について以下の等式が成り立つ。

$$r(x,y)=\max_{0\leq\xi\leq x}[r(\xi,y)+r(x-\xi,y)] \quad (11)$$

この関数$\rho(\xi)$を以下のように定義する。

$$\rho(\xi)=r(\xi,y)+r(x-\xi,y) \quad (12)$$

ξで微分すると、

$$\rho'(\xi)=r_1(\xi,y)-r_1(x-\xi,y) \quad (13)$$

となる。ただし、$r_1(\cdot,\cdot)$はrの第一成分に関する偏微分を表す。$\rho(\xi)$の最大化問題の解は$\xi=0$と$\xi=x$であるから、以下の2つの必要条件を導くことができる。

$$\rho'(0)\leqq 0 \quad (14)$$
$$\rho'(x)\geqq 0 \quad (15)$$

どちらの条件も以下の条件に帰着する。

$$r_1(0,y)\leqq r_1(x,y) \quad (16)$$

敷地形状評価関数の正値性により、$r(x,y)$はx,yについて狭義単調増加となる。この条件は、ある敷地に細長い帯状の敷地を加えた場合には、それ単独の場合以上に評価されることを示している。

間口が0の「長方形」領域は敷地として定義されないために、敷地形状評価関数$r(x,y)$は$x=0$では定義されていないが、$x=0$の場合にも$r(x,y)$の値にまで拡張して定義すると便利である。このためには、数学的な整合性を保つように注意する必要がある。以下で示すように、全ての$y\in R_{++}$について、$r(0,y)=0$と定義すれば問題がない。

最大化公理から、

$$r(x,y)\ \geqq r(\varepsilon,y)+r(x-\varepsilon,y) \quad (17)$$

となる。正値性公理より、任意の正のεについて$r(\varepsilon,y)>0$となる。式(17)より、

$$r(\varepsilon,y)\ \leqq r(x,y)-r(x-\varepsilon,y) \quad (18)$$

となる。この極限をとると、連続性公理より、

$$\lim_{\varepsilon\to\infty} r(\varepsilon,y)\leqq r(x,y)-\lim_{\varepsilon\to\infty} r(x-\varepsilon,y)$$
$$=0 \quad (19)$$

$r(\varepsilon,y)$は全ての正のεについて正であるから、$r(0,y)=0$とすればよくなる。

ここで敷地形状評価関数に新たな条件を課すことにする。関数の限界値$r_1(x,y)$はxが変化しても「徐々に」しか変化しないと考えてもよい。そこで間口が増大する場合の限界価値増について考えよう。まず、どのような敷地でも最小限ある程度の間口がなければ有効に利用できないと考えられる。これは、$x=0$からある程度の区間ではあまり価値増がない、すなわち、$r_1(x,y)$はあまり大きくないことを意味する。間口がある大きさに達すると、敷地は様々に有効に利用可能となる。従ってある正のxで$r_1(x,y)$はそれまでの最大値をとることになろう。しかし、ある程度以上間口が大きくなると間口を追加して拡大してもさほどは価値増がなくなる、すなわち$r_1(x,y)$がしだいに小さくなっていくと考えられる。この性質を敷地形状評価関数

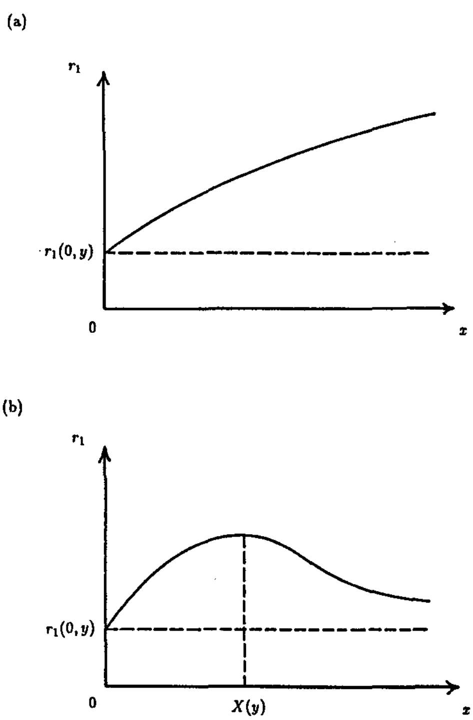
が持つと考えるならば、以下の多少条件の緩い、x に関する一階微分の単峰性条件を仮定することができる。

間口限界単峰性：任意の $y \in R_{++}$ について、ある $X(y) \in R_{++} \cup \{\infty\}$ が存在し、$r_1(x,y)$ は $[0, X(y))$ の区間で単調非減少であり、$[X(y), \infty)$ の区間で単調非増加となる。

上の定義では、$X(y)$ は無限大でもかまわない。従って、x について $r_1(x,y)$ が単調非減少な場合も許容する。そこで、間口限界単峰性を持つ敷地形状評価関数として以下の２つの場合を考えることができる。

(i) $X(y)=\infty$：$r_1(x,y)$ は全ての $x \geqq 0$ について非減少である。(図－２(a)参照。)

(ii) $X(y)$ が有限値：$r_1(x,y)$ は $x \in [0, X(y))$ で非減少、$x \in [X(y), \infty)$ で非増加である。(図－２(b)参照。)

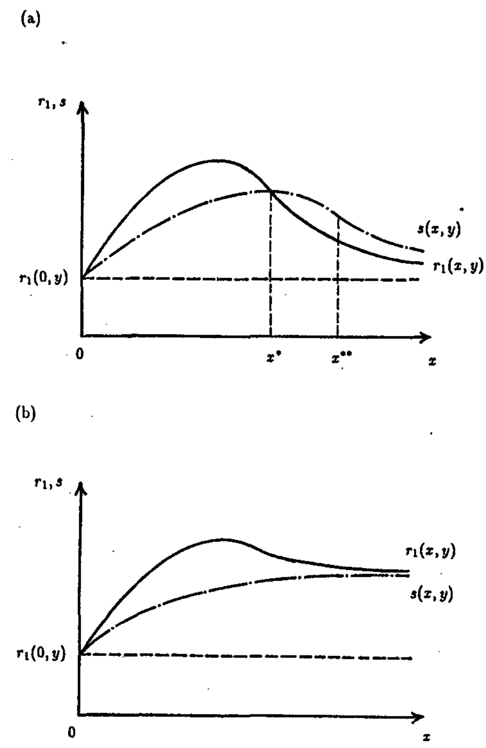


図－２ 関数 $r_1(x,y)$ の２つの可能性

敷地形状評価関数の重要な指標として、間口に関する**平均値関数** $s(x,y)$ を定義する。

$$s(x,y)=r(x,y)/x \tag{21}$$

上記 (i) の場合には、平均値関数 $s(x,y)$ は x について非減少となる。上記 (ii) の場合には、図－３に示すように２つの可能性がある。一つは $s(x,y)$ が最大値を持つ場合で、そこで $s(x,y)$ は $r_1(x,y)$ と交わり、その後しだいに減少する場合である。(図－３(a)の場合。) もう一つは $s(x,y)$ が非減少の場合である。(図－３(b)の場合。) ところが、最初の場合は、以下に示すように最大化公理に反することになる。



図－３ 関数 $s(x,y)$ の２つの可能性

これを背理法で示すために、その逆を仮定しよう。すると、$x^* < x^{**}$ なる $x^*, x^{**} \in R_{++}$ が存在し、$s(x^*,y)=\max_{x \in R_{++}} s(x,y)$ かつ、すべての $x \geqq x^{**}$ について $s(x,y)<s(x^*,y)$ となる。従って、任意

の$x \geqq x^{**}$について、$r(x,y)/x < r(x^*,y)/x^*$となる。ここで、$kx^* \geqq x^{**}$かつ$k \in N - \{1\}$となる$x = kx^*$をとる。すると、$r(kx^*,y)/(kx^*) < r(x^*,y)/x^*$すなわち、$r(kx^*,y) < kr(x^*,y)$となるが、これは最大化公理に反している。

以上から、間口に関する平均値関数について以下の命題が成り立つ。

命題３：基本長方形敷地についての適切敷地形状評価関数は、間口限界単峰性を満たすならば、その間口の平均値関数は間口に関して非減少となる。

実際の住宅開発事業では、全体の敷地をいくつかの敷地に区分して売却される例をよく見かける。特に一定の奥行を持つ基本長方形敷地が戸建て住宅地としてある間口に区切られる例もある。もし仮に、間口が$(a+b)$で奥行がyの敷地が間口がそれぞれaとbで奥行がyの２つの敷地に分割された事例を発見したとしよう。一般性を失わずに$a \leqq b$と仮定できる。この事例によって、

$$r(a,y)+r(b,y) \geqq r(a+b,y) \qquad (22)$$

ということがわかる。ところが、rが適切な敷地形状評価関数ならば、最大化公理より、

$$r(a,y)+r(b,y) \leqq r(a+b,y) \qquad (23)$$

となるため、

$$r(a,y)+r(b,y) = r(a+b,y) \qquad (24)$$

であることになる。このような場合は、敷地形状評価関数について有用な結果が得られる。

命題４：間口限界単峰性を満たす基本長方形敷地の適切な敷地形状評価関数$r(x+y)$が、$a \leqq b$なるa, bについて

$$r(a,y)+r(b,y) = r(a+b,y) \qquad (25)$$

となるならば、すべての$x \in [a, a+b]$について、

$$r(x,y) = xr_1(a,y) \qquad (26)$$

が成り立つ。

命題４は、ある敷地がその間口で２つ（またはそれ以上）に分割されたならば、経験的に敷地形状評価関数が間口に関して最小分割間口からもともとの間口の区間で線形となることを知ることができるということを意味する。この意味で、この結果は敷地形状評価関数に関するこの理論的研究を実証研究に結び付ける重要な命題であるということができる。

間口限界単峰性の役割を知るために、以下で間口限界単峰性を満たさずに適切な敷地形状評価関数となっている重要な例をあげる。

式(16)と微分可能性公理より、$r_1(x,y)$は有限、連続でかつ$r_1(0,y)$より大きいか等しいことがわかる。換言すれば、$r_1(x,y)$は$r_1(0,y)$以上の範囲で振動することも可能である。日本での土地区画整理事業においては、敷地の間口の奥行に対する比が約２／３となることを推奨している。（日本土地区画整理協会、1978）特にこの形状が重要であるならば、kを整数として区間［$2yk/3-\varepsilon$, $2yk/3+\varepsilon$］におけるxにおいて$r_1(x,y)$は大きく、その他の区間では小さくなるであろう。より厳密に議論するために、敷地の価値に重要な影響を及ぼす活動があるとする。活動１単位をするのに必要な空間は最大で間口がξ、奥行がηの長方形ですむ確率分布関数を$p(\xi,\eta)$で表し、それが以下の２次元のすそを切りとられた正規分布で与えられると仮定する。

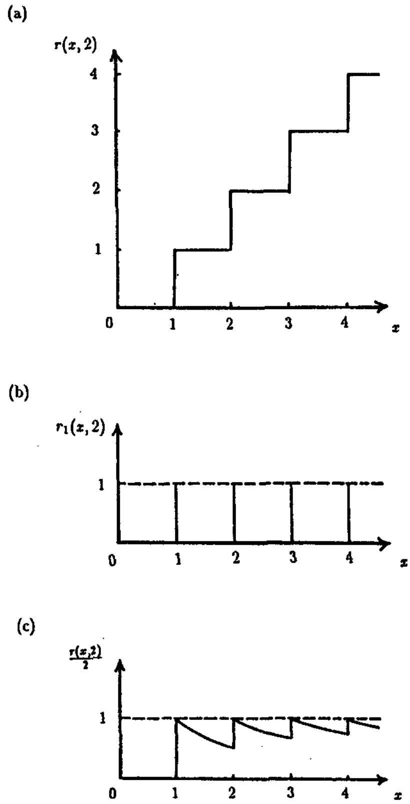
$$\begin{aligned}p(\xi,\eta) = {} & (2\pi)^{-1/2}\int_0^{\xi}\exp[-(t-1)^2/\sigma^2]\,dt \\ & \times(2\pi)^{-1/2}\int_0^{\eta}\exp[-(t-1.5)^2/\sigma^2]dt \\ & /[(2\pi)^{-1/2}\int_0^{\infty}\exp[-(t-1)^2/\sigma^2]\,dt \\ & \times(2\pi)^{-1/2}\int_0^{\infty}\exp[-(t-1.5)^2/\sigma^2]\,dt]\end{aligned} \qquad (27)$$

分散パラメータのσは非常に小さいが０ではない数であるとする。平均値はほぼ（1, 1.5）になる。（ただし、切りとられているため正確には一致しない。）間口xで奥行yの敷地があれば、その中で同時に活動が可能な最大の活動の数の期待値を計算することができる。それを$q(x,y)$で表すことにする。σは非常に小さい数であるため、yが1.5より充分に大きい領域ではxが１増加するに従って$q(x,y)$が約１増加するような階段状の関数に似る。しかし、仮定より$q(x,y)$は連続微分可能である。そこで敷地形状評価関数$r(x,y)$を次式で定義

する。

$$r(x, y) = q(x, y) \tag{28}$$

r(x, y)を正確に求めるのは複雑であるが、上式で定義されたr(x, y)が適切であることを示すことができる。さらに、図－4に示すようにr(x, y)は間口限界単峰性を満足せず、平均値関数が単調関数でないこともわかる。



図－4　式(28)の敷地形状評価関数r(x, y)

この数値例は、ある非常に重要な特定の活動空間形状が存在すると、平均値関数が振動する可能性を示唆している。さらにある敷地がいくつかに分割されるならば、分割された敷地はひとつないし複数の活動空間形状が入るような領域となる。そのような場合は、それぞれの奥行の敷地について間口の分布にある規則性が観察されるはずである。従って例えば現存する敷地の間口についてフーリエ解析を行うことにより、ある規則性を発見し特定の形状が重要であることがわかるかもしれず、また、逆に規則性がなければ間口限界単峰性を支持することになるかもしれない。

4．土地区画整理事業の敷地形状評価関数

本節では日本で土地区画整理事業で使われる敷地形状評価関数の妥当性を検討する。敷地の評価の仕方については日本土地区画整理協会（1978）に詳しい。本節では基本長方形敷地と、直線道路に面してはいないが近くにあり、道路と平行な辺がある長方形島地（以下、**基本島地**と呼ぶ）のみを扱う。敷地の辺のなかで道路に平行な辺の長さを幅と呼び、垂直な辺の長さを奥行と呼ぶことにする。説明の便のため、以下で形状評価方法を要約する。

評価過程では、まず全ての地区を4つの土地利用分類（高度商業地、商業地、住居地、工業地）に分ける。それぞれの分類で**標準画地**とは、道路に一辺で接道し、幅がa　mで奥行がb　mの長方形敷地であり、かつa／bが約2／3のものとして定義する。標準画地は各土地利用分類で普遍的に存在し、その利用に適した形状と考えられている。標準画地の規模は分類によって異なり、奥行bは高度商業地で10、商業地で12、住居地で15、工業地で30となっている。各道路またはそれを分割した区間において仮想的に標準画地を定め、道路の特徴や公共施設への接近性、地域の経済的ポテンシャルなどを考慮に入れて評価する。標準画地の平米単価を**路線価**と呼ぶ。[2] 路線価は正の値であるとする。本論では住宅地のみを扱うため、以下では住居地の評価方法のみに議論を限定する。

次に各敷地の評価について述べる。Aを評価する敷地とする。Aは基本長方形敷地であるとし、路線価をvで表す。Aの幅、奥行をそれぞれaとbで表す。このとき、**奥行逓減割合**VD（b）を**表－1**もしくは**図－5**に示す。また、幅aが4m未満の場合は、**間口狭小修正係数**NWP(a)が1未満になる。

[2] 土地区画整理事業では路線価は最大値が1000となるように基準化された値を用いることが多い。従って正確には相対価格と言うべきだが、絶対価格でも相対価格でも本論の分析には変わりはない。

NWP(a)は幅の広義増加関数で、**表－2**に示すようにaが2m未満の場合の0.80から通常値1.00までの値をとる。奥行間口比b／aが3以上の場合は、**奥行長大修正係数**LDP(b／a)が1未満となる。LDP(b／a)は広義減少関数で**表－3**に示すようにb／aが9以上の場合の0.90から通常値1.00までの値をとる。すると敷地のAの評価額V(A)は、

$$V(A)=v\cdot VD(b)\cdot NWP(a)\cdot LDP(b/a)\cdot \sigma(A) \quad (29)$$

で与えられる。

表－1 奥行逓減割合 VD(b)

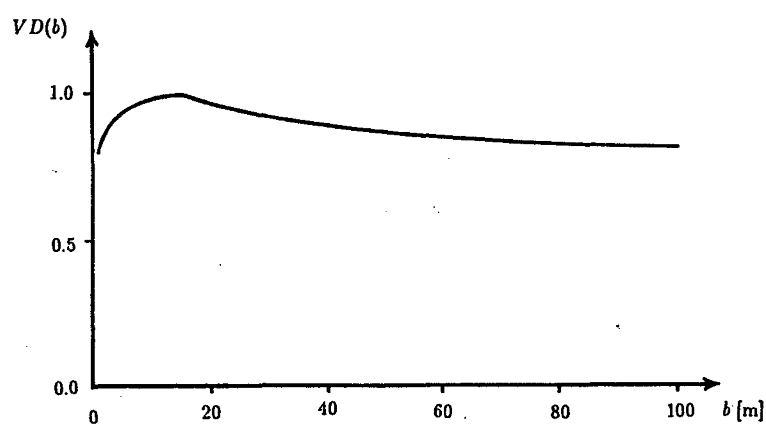
b[m]	VD(b)	b[m]	VD(b)	b[m]	VD(b)	b[m]	VD(b)	b[m]	VD(b)
1	0.800	21	0.969	41	0.894	61	0.855	81	0.833
2	0.859	22	0.964	42	0.891	62	0.854	82	0.832
3	0.895	23	0.959	43	0.889	63	0.852	83	0.831
4	0.920	24	0.954	44	0.886	64	0.851	84	0.830
5	0.937	25	0.950	45	0.884	65	0.850	85	0.829
6	0.950	26	0.945	46	0.882	66	0.849	86	0.829
7	0.961	27	0.941	47	0.880	67	0.847	87	0.828
8	0.969	28	0.937	48	0.878	68	0.846	88	0.827
9	0.976	29	0.933	49	0.876	69	0.845	89	0.826
10	0.982	30	0.929	50	0.874	70	0.844	90	0.825
11	0.986	31	0.925	51	0.872	71	0.843	91	0.825
12	0.991	32	0.921	52	0.870	72	0.842	92	0.824
13	0.994	33	0.918	53	0.868	73	0.840	93	0.823
14	0.997	34	0.914	54	0.866	74	0.839	94	0.823
15	1.000	35	0.911	55	0.865	75	0.838	95	0.822
16	0.995	36	0.908	56	0.863	76	0.837	96	0.821
17	0.989	37	0.905	57	0.861	77	0.836	97	0.821
18	0.984	38	0.902	58	0.860	78	0.835	98	0.820
19	0.979	39	0.899	59	0.858	79	0.835	99	0.819
20	0.974	40	0.896	60	0.857	80	0.834	100	0.819

表2 間口狭小修正係数 NWP(a)

a [m]	NWP(a)
a < 2.0	0.80
2.0 ≤ a < 2.5	0.84
2.5 ≤ a < 3.0	0.88
3.0 ≤ a < 3.5	0.92
3.5 ≤ a < 4.0	0.96
a ≥ 4.0	1.00

表3 奥行長大修正係数 LDP(b／a)

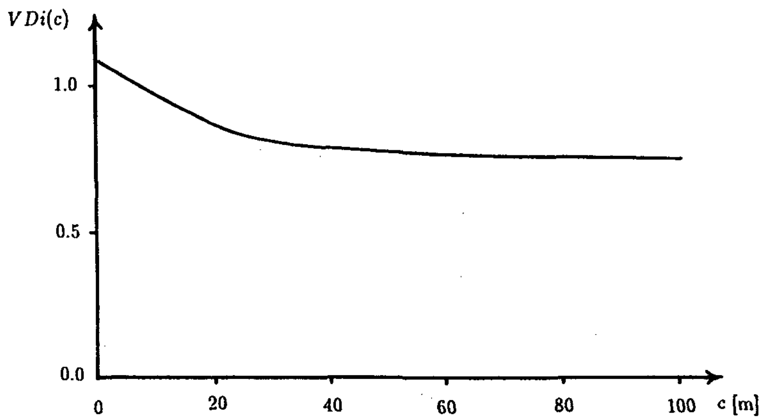
b／a	LDP(b／a)
b／a < 3.0	1.00
3.0 ≤ b／a < 4.0	0.99
4.0 ≤ b／a < 5.0	0.98
5.0 ≤ b／a < 6.0	0.97
6.0 ≤ b／a < 7.0	0.96
7.0 ≤ b／a < 8.0	0.94
8.0 ≤ b／a < 9.0	0.92
b／a ≥ 9.0	0.90



図－5 奥行逓減割合 VD(b)

表－4 単独奥行逓減割合 VDi(c)

c[m]	VDi(c)	c[m]	VDi(c)	c[m]	VDi(c)	c[m]	VDi(c)	c[m]	VDi(c)
1	1.072	21	0.863	41	0.787	61	0.768	81	0.761
2	1.061	22	0.855	42	0.786	62	0.768	82	0.761
3	1.049	23	0.848	43	0.784	63	0.767	83	0.760
4	1.038	24	0.842	44	0.783	64	0.767	84	0.760
5	1.027	25	0.836	45	0.782	65	0.766	85	0.760
6	1.015	26	0.830	46	0.780	66	0.766	86	0.760
7	1.004	27	0.826	47	0.779	67	0.765	87	0.760
8	0.993	28	0.821	48	0.778	68	0.765	88	0.759
9	0.983	29	0.817	49	0.777	69	0.765	89	0.759
10	0.972	30	0.814	50	0.776	70	0.764	90	0.759
11	0.961	31	0.810	51	0.775	71	0.764	91	0.759
12	0.951	32	0.807	52	0.774	72	0.764	92	0.759
13	0.941	33	0.804	53	0.774	73	0.763	93	0.758
14	0.931	34	0.801	54	0.773	74	0.763	94	0.758
15	0.921	35	0.799	55	0.772	75	0.763	95	0.758
16	0.911	36	0.797	56	0.771	76	0.762	96	0.758
17	0.901	37	0.795	57	0.771	77	0.762	97	0.758
18	0.891	38	0.793	58	0.770	78	0.762	98	0.758
19	0.881	39	0.791	59	0.769	79	0.761	99	0.757
20	0.872	40	0.789	60	0.769	80	0.761	100	0.757



図－6 単独奥行逓減割合 VDi(c)

次に敷地Aが基本島地の場合の評価方法を述べる。該当する路線価をvとする。敷地の図心から道路までの距離を求め、それをcとする。このときの単独奥行逓減割合VDi(c)を表－4または図－6に示す。島地修正係数IPを0.9とする。すると、敷地Aの評価額V（A）は、

$$V(A)=v \cdot VDi(c) \cdot IP \cdot \sigma(A) \qquad (30)$$

で与えられる。

上記で定義された敷地形状評価関数が適切であるかどうか、また適切でない場合にどのような修正が必要かを検討する。

まず、敷地が基本長方形敷地であるとする。路線価vが正であるため、正価性公理は満たされる。修正係数が階段関数であるため、敷地形状評価関数は連続性公理も微分可能性公理も満たさない。従って敷地形状評価関数は適切でないということになる。ただ、この欠点は容易に修正することが可能である。修正係数を連続微分可能となるようにすればよいのである。例えば、間口狭小修正係数NWP(a)は以下のように定義しなおせばよい。

$$
NWP(a)=\begin{cases}
0.80 & a \leqq 2.0-\varepsilon \\
S(a;2.0,0.82,0.04,\varepsilon) & 2.0-\varepsilon < a < 2.0+\varepsilon \\
0.84 & 2.0+\varepsilon \leqq a \leqq 2.5-\varepsilon \\
S(a;2.5,0.86,0.04,\varepsilon) & 2.5-\varepsilon < a < 2.5+\varepsilon \\
0.88 & 2.5+\varepsilon \leqq a \leqq 3.0-\varepsilon \\
S(a;3.0,0.0,90.0,0.04,\varepsilon) & 3.0-\varepsilon < a < 3.0+\varepsilon \\
0.92 & 3.0+\varepsilon \leqq a \leqq 3.5-\varepsilon \\
S(a;3.5,0.94,0.04,\varepsilon) & 3.5-\varepsilon < a < 3.5+\varepsilon \\
0.96 & 3.5+\varepsilon \leqq a \leqq 4.0-\varepsilon \\
S(a;4.0,0.98,0.04,\varepsilon) & 4.0-\varepsilon < a < 4.0+\varepsilon \\
1.00 & a \geqq 4.0+\varepsilon
\end{cases}
\tag{31}
$$

ただし、

$$
S(a;x,y,b,\varepsilon)=y-b(a-x)[(a-x)^2-3\varepsilon^2]/(4\varepsilon^3)
\tag{32}
$$

かつ、εが非常に小さい正の数である。同様に奥行長大修正係数LDP(b/a)も以下のように定義しなおせばよい。

$$
LDP(b/a)=\begin{cases}
1.00 & b/a \leqq 3.0-\varepsilon \\
S(b/a;3.0,0.995,-0.01,\varepsilon) & 3.0-\varepsilon < b/a < 3.0+\varepsilon \\
0.99 & 3.0+ \leqq b/a \leqq 4.0-\varepsilon \\
S(b/a;4.0,0.985,-0.01,\varepsilon) & 4.0-\varepsilon < b/a < 4.0+\varepsilon \\
0.98 & 4.0+ \leqq b/a \leqq 5.0-\varepsilon \\
S(b/a;5.0,0.975,-0.01,\varepsilon) & 5.0-\varepsilon < b/a < 5.0+\varepsilon \\
0.97 & 5.0+\varepsilon \leqq b/a \leqq 6.0-\varepsilon \\
S(b/a;6.0,0.965,-0.01,\varepsilon) & 6.0-\varepsilon < b/a < 6.0+\varepsilon \\
0.96 & 6.0+\varepsilon \leqq b/a \leqq 7.0-\varepsilon \\
S(b/a;7.0,0.950,-0.02,\varepsilon) & 7.0-\varepsilon < b/a < 7.0+\varepsilon \\
0.94 & 7.0+\varepsilon \leqq b/a \leqq 8.0-\varepsilon \\
S(b/a;8.0,0.930,-0.02,\varepsilon) & 8.0-\varepsilon < b/a < 8.0+\varepsilon \\
0.92 & 8.0+\varepsilon \leqq b/a \leqq 9.0-\varepsilon \\
S(b/a;9.0,0.910,-0.02,\varepsilon) & 9.0-\varepsilon < b/a < 9.0+\varepsilon \\
0.90 & a \geqq 9.0+\varepsilon
\end{cases}
\tag{33}
$$

ただし、S(・)は(32)式で定義され、εは別の非常に小さな正の数である。奥行逓減割合VD(b)が連続微分可能であると仮定し、これらの修正を施せば、修正された敷地形状評価関数(29)は連続性公理および微分可能性公理を満たす。

次に基本島地について考察する。(30)式の右辺はすべて正であるから、正値性公理は満たされる。さらに単独奥行逓減割合VDi(c)が連続微分可能であるとするならば、敷地形状評価関数(30)は連続性公理と微分可能性公理を満たす。

残った最大性公理が満たされるかどうかを検討する。そのためにまず、敷地の幅を分割する場合を最初に考えよう。まず基本長方形敷地について検討する。この分割では奥行bは不変である。敷地幅aを変化させると、敷地面積σ(A)は比例して変化し、2つの修正係数はaについて非減少である。従って、敷地形状評価関数(29)は幅での分割に関しては最大性公理を満たすことがわかる。次に基本島地について検討する。この分割によって図心から道路までの距離は変わらない。敷地面積σ(A)は幅に比例するから、敷地形状評価関数(30)は幅での分割に関しては最大性公理を満たすことがわかる。

次に敷地の奥行を分割する場合について考察する。まず基本敷地について検討する。命題1より2敷地への分割についてのみ検討すればよい。敷地Aの幅、奥行、図心から道路までの距離をそれぞれa, b, cで表す。二分割された道路に近い方の敷地をA_1とし、遠い方の敷地をA_2とする。敷地A_iの奥行、図心から道路までの距離をそれぞれb_i c_iとする。(i＝1, 2) 定義から、$b_1+b_2=b$が成り立つ。すると

$$
c_1=c-b/2+b_1/2 \tag{34}
$$

$$
c_2=c+b/2-b_2/2 \tag{35}
$$

となる。敷地形状評価関数の優加法性より、$b_1+b_2=b$

となるすべての正の実数b_1、b_2および、$c>b/2$となる実数cについて、

$$b\cdot \mathrm{VDi}(c) \geqq b_1\cdot \mathrm{VDi}(c_1)+b_2\cdot \mathrm{VDi}(c_2) \quad (36)$$

が成り立たねばならない。式(36)の意味を知るために、α, β, x, yをそれぞれ、$\alpha=b_1/b$, $\beta=b_2/b$, $x=c_1$, $y=c_2$とすると(36)式は以下のように表すことができる。$\alpha+\beta=1$となる全ての正の実数α, β及び$x<y$なる正の実数x, yについて、

$$\mathrm{VDi}(\alpha x+\beta y) \geqq \alpha \mathrm{VDi}(x)+\beta \mathrm{VDi}(y) \quad (37)$$

が成り立つ。条件(37)はVDi(c)が広義の凹関数であることを意味している。図－6より明らかなように、提案されている単独奥行逓減割合VDi(c)は凹関数とはなっていない。従って、敷地形状評価関数は奥行の分割に関して最大性公理を満たさず、適切ではないということになる。この欠点を修正することは容易ではない。VDi(c)はcに関して狭義減少関数となっている。この仮定は、同形同大の島地同士を比較した場合、道路から離れるに従って価値が逓減することを意味しており、極めて合理的であると思われる。従って、VDi(c)が単調減少関数として定義されるのは問題がない。ところが、そうするとVDi(A)が凹関数となるためには、cを大きくしていくとある値からVDi(c)が負の価をとることとなり、正値性公理に矛盾することとなる。以上より、敷地形状評価関数が式(30)の関数形をとりながら、単調減少な単独奥行逓減割合を使うことは関数の適切性に合致しないこととなる。もしも適切性を回復したいのならば、少なくとも島地に関しては関数形を変える必要がある。例えば、敷地の幅や奥行に関する項を新たに導入するなどの措置が必要である。

基本長方形敷地については、それを奥行で分割すると必ず島地ができてしまい、島地の評価関数を使う必要がでてくる。しかし、島地についての敷地形状評価関数は適切でないことをすでに示しており、それを用いて基本長方形敷地の評価関数を検討してもあまり意味がない。

5．おわりに

本論文では、適切な敷地形状評価関数が満たすべき公理を述べた。その中で、最大性公理が関数形を限定するのに有効であった。Colwell and Scheu (1989) の数値例で使われた評価関数も土地区画整理事業で用いられる評価関数も最大性公理に反するために適切とは言えなかった。特に土地区画整理事業の評価関数については、島地の評価方法が適当でなく、敷地形状を加味した新たな項の導入が必要であることを示した。また、敷地形状の実証研究の理論的基礎として、敷地幅の分布から敷地形状評価関数の関数形を定められる可能性を示した。今後理論的考察を加えて、実証研究も行い、より妥当な関数形を求めていく必要があり、本研究はそのための第一歩となると考えている。

謝辞

本研究を進めるにあたって河上記念財団より研究助成をしていただいた。ここに記して謝意を表する。

文　献　一　覧

Chakrabarty, B. K. (1990) "Models for the Optimal Design of Housing Development Systems" *Environment and Planning B*, **17**, 331-340.

Colwell, P. F. and T. Scheu (1989) " Optimal Lot Size and Configuration" *Journal of Urban Economics*, **26**, 90-109.

日本土地区画整理協会 (1978) 『区画整理土地評価基準（案）』日本土地区画整理協会 東京

Key Words（キー・ワード）

residential lots（住宅敷地）、evaluation of shape（形状評価）、land-readjustment projects（土地区画整理事業）、axioms（公理）、superadditivity（優加法性）

Inappropriateness of Lot-Evaluation Functions Used in Land-Readjustment Projects

Yasushi Asami

Department of Urban Engineering, University of Tokyo
Comprehensive Urban Studies, No.49, 1993 pp. 67-79

ABSTRACT

One method of evaluating residential lots with a focus on their shape is proposed. A number of axioms are proposed to characterize "appropriate" lot-evaluation functions. Among these axioms, maximality axiom is essential, which asserts that the evaluation of a lot must be the maximum of total evaluation of partitioned parts for any partitions. This axiom confines general functional forms of lot-evaluation functions such that they behave superadditivity property. By applying the superadditivity property, we can empirically test the validity of actual lot-evaluation functions, such as those used in land readjustment projects. It is shown that an additional coefficient is necessary to retrieve the appropriateness of the functions.